

## Informationssysteme (SS 04)

### Übungsblatt 4

### Beispiellösungen

#### Aufgabe 1: Relationenalgebra

Betrachten Sie das Schema aus Aufgabe 1a). Formulieren Sie die folgenden Fragen als Ausdrücke der Relationenalgebra:

*ACHTUNG: Beim Join zwischen Professor und Student wird (manchmal unerwünschter Weise) über die Fachrichtung\_Nr verknüpft. Dies muß durch Projektion (evtl. Mit Umbenennung) gelöst werden.*

- a) An welchen Hausmeister muß sich Professor Weikum wenden, wenn er seinen Zimmerschlüssel vergessen hat.

$$\pi_{\text{Hausmeister}} (\sigma_{P\_Name='Weikum'} (\text{Professor}) \times (\text{Gebäude}))$$

- b) Welche Studenten (Matrikel\_Nr) haben eine Prüfung beim augenblicklichen Studiendekan ihres Fachbereichs abgelegt?

$$\pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\sigma_{\text{Prüfer}=\text{Studiendekan}} (\text{Fachrichtung} \times \text{Prüfung}))$$

- c) Wo (Adresse, Raum) fand die Prüfung von Hugo Meier im Fach "Betriebssysteme" statt? (Annahme: Professoren prüfen in ihren Büros)

$$\pi_{\text{Gebäude, Raum}} (\sigma_{P\_Name=\text{Prüfer} \wedge S\_Name='Hugo Meier' \wedge \text{Fach}='Betriebssysteme'} (\text{Prof.} \times \text{Prüfung} \times \pi_{\text{Matrikel\_Nr, S\_Name}} (\text{Stud.})))$$

- d) Welche Studenten (Matrikel\_Nr) mit mindestens 4 Semestern haben noch keine Prüfung abgelegt?

$$\pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\sigma_{\text{Semester} \geq 4} (\text{Student})) - \pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\text{Prüfung})$$

- e) Welche Studenten (Matrikel\_Nr) haben ausschließlich Prüfungen bei Professoren ihrer Fachrichtung abgelegt?

$\text{Student}'(\text{Matrikel\_Nr}, \text{S\_Name}, \text{Semester}, \text{SFachrichtung\_Nr}) := \text{Student}(\text{Matrikel\_Nr}, \text{S\_Name}, \text{Semester}, \text{Fachrichtung\_Nr})$

$$\pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\text{Prüfung}) - \pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\sigma_{\text{Prüfer}=P\_Name \wedge \text{SFachrichtung\_Nr} \neq \text{Fachrichtung\_Nr}} (\text{Professor} \times \pi_{\text{Matrikel\_Nr, SFachrichtung\_Nr}} (\text{Student}') \times \text{Prüfung}))$$

- f) Welche Studenten (Matrikel\_Nr) haben alle ihre bisher abgelegten Prüfungen mit der Bestnote 1,0 bestanden?

$$\pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\text{Prüfung}) - \pi_{\text{Matrikel\_Nr}} (\sigma_{\text{Note} > 1,0} (\text{Prüfung}))$$

## Aufgabe 2: Relationenalgebra

Gegeben ist das Schema der Musikdatenbank von Aufgabe 1b). Formulieren Sie folgende Anfragen in der Relationenalgebra:

- a) Welche Musikstücke (DiskID, StückID) hat Paul McCartney arrangiert (Tätigkeit = ‚Arrangeur‘).

$$\pi_{\text{DiskID, StückID}} (\sigma_{\text{Tätigkeit}='Arrangeur'} (\text{Autor}) \times | \sigma_{\text{Name}='P. McCartney'} (\text{Person}))$$

- b) Wer tritt als Solist in Musikstücken von F. Chopin auf?

$$\pi_{\text{PID}} ( \sigma_{\text{Funktion}='Solist'} (\text{Interpret}) \times | \pi_{\text{DiskID, StückID}} (\sigma_{\text{Tätigkeit}='Komponist'} (\text{Autor}) \times | \sigma_{\text{Name}='F. Chopin'} (\text{Person})))$$

- c) Bei welchen Titeln ist Elton John sowohl Komponist als auch Solist?

$$\pi_{\text{Titel}} (\text{Musikstück} \times | \sigma_{\text{Funktion}='Solist'} (\text{Interpret}) \times | \sigma_{\text{Tätigkeit}='Komponist'} (\text{Autor}) \times | \sigma_{\text{Name}='E. John'} (\text{Person}))$$

- d) Welche Disks (DiskTitel) enthalten Stücke von Joe Cocker?

$$\pi_{\text{DiskTitel}} (\text{Disk} \times | \pi_{\text{DiskID}} (\sigma_{\text{Name}='J. Cocker'} (\text{Person}) \times | \text{Interpret}) \cup \pi_{\text{DiskID}} (\sigma_{\text{Name}='J. Cocker'} (\text{Person}) \times | \text{Autor}))$$

- e) In welchen Aufnahmen hat Ernst Mosch sowohl als Solist als auch als Dirigent mitgewirkt?

$$\pi_{\text{DiskID, StückID}} (\sigma_{\text{Name}='E. Mosch'} (\text{Person}) \times | \sigma_{\text{Funktion}='Dirigent'} (\text{Interpret})) \cap \pi_{\text{DiskID, StückID}} (\sigma_{\text{Name}='E. Mosch'} (\text{Person}) \times | \sigma_{\text{Funktion}='Solist'} (\text{Interpret}))$$

## Aufgabe 3: Spezifikation mit Prädikatenlogik

Formulieren Sie die folgenden Eigenschaften natürlicher Zahlen als prädikatenlogische Formeln:

- Eine Zahl  $x$  ist prim, wenn sie keinen Teiler außer  $Eins$  und  $x$  selbst hat.
- Der ggT zweier Zahlen  $x$  und  $y$  ist die größte Zahl, die sowohl  $x$  als auch  $y$  teilt.
- Zwei Zahlen  $x$  und  $y$  heißen teilerfremd, wenn ihr einziger gemeinsamer Teiler die  $Eins$  ist.

Führen Sie dazu geeignete Prädikat- und Funktionssymbole ein, wobei Sie auf Lösungen der Teilaufgaben a) und b) zurückgreifen dürfen.

- a) Prädikate:  $I(\text{PRIM}(x)) = \{x \mid x \text{ ist Primzahl}\}$   
 $I(\text{T}(x,y)) = \{x,y \mid x \text{ ist Teiler von } y\}$   
 $I(\text{G}(x,y)) = \{x,y \mid x = y\}$   
 $I(e) = 1$

$$\forall x ((\forall y (\neg \text{T}(y,x) \vee \text{G}(y,e) \vee \text{G}(y,x))) \Rightarrow \text{PRIM}(x))$$

- b) Prädikate:  $I(\text{GR}(x,y)) = \{x,y \mid x > y\}$   
 $I(\text{ggT}(x,y)) = \{z \mid z \text{ ist ggT von } x \text{ und } y\}$

$$\forall x \forall y \forall z (\text{T}(z,x) \wedge \text{T}(z,y) \wedge (\neg \exists w \text{GR}(w,z) \wedge \text{T}(w,x) \wedge \text{T}(w,y)) \Rightarrow \text{G}(z, \text{ggT}(x,y)))$$

- c) Prädikat:  $I(\text{TF}(x,y)) = \{x,y \mid x \text{ und } y \text{ sind teilerfremd}\}$

$$\forall x,y (\text{G}(e, \text{ggT}(x,y)) \Rightarrow \text{TF}(x,y))$$

## Aufgabe 4: Spezifikation mit Prädikatenlogik und Deduktion

a) Formulieren Sie die folgenden Sachverhalte mittels prädikatenlogischer Formeln:

- i) Heinz Schenk ist Hesse.
- ii) Heinz Becker ist Saarländer.
- iii) Hessen trinken Äbbelwoi und Saarländer trinken Urpils.
- iv) Wer Äbbelwoi trinkt, trinkt auch Urpils.
- v) Alle Urpils-Trinker sind Freunde.

- i)  $H(hs)$
- ii)  $S(hb)$
- iii)  $\forall x H(x) \Rightarrow \ddot{A}(x)$   
 $\forall y S(y) \Rightarrow U(y)$
- iv)  $\forall x \ddot{A}(x) \Rightarrow U(x)$
- v)  $\forall x, y U(x) \wedge U(y) \Rightarrow F(x, y)$

b) Zeigen Sie mit den im Vorlesungsskript aufgeführten Äquivalenzregeln, daß aus i) bis v) folgt:

- vi) Hessen und Saarländer sind Freunde.  
 $\forall x, y H(x) \wedge S(y) \Rightarrow F(x, y)$

z.z.:  $(i \wedge ii \wedge iii \wedge iv \wedge v) \Rightarrow vi$  ist Tautologie

betrachte  $iii \wedge iv$ :

$$\begin{aligned} & (\forall x H(x) \Rightarrow \ddot{A}(x)) \wedge (\forall x \ddot{A}(x) \Rightarrow U(x)) \\ \Leftrightarrow & \forall x (H(x) \Rightarrow \ddot{A}(x) \wedge \ddot{A}(x) \Rightarrow U(x)) & //wg. \forall x F \wedge \forall x G \Leftrightarrow \forall x (F \wedge G) \\ vii) \Rightarrow & \forall x (H(x) \Rightarrow U(x)) & //wg. Transitivität \end{aligned}$$

betrachte  $vii \wedge iii \wedge v$ :

$$\begin{aligned} & \forall x (H(x) \Rightarrow U(x)) \wedge \forall y (S(y) \Rightarrow U(y)) \wedge \forall x, y (U(x) \wedge U(y) \Rightarrow F(x, y)) \\ \Leftrightarrow & \forall x, y (H(x) \Rightarrow U(x) \wedge S(y) \Rightarrow U(y) \wedge (U(x) \wedge U(y)) \Rightarrow F(x, y)) \\ \Rightarrow & \forall x, y (H(x) \wedge S(y) \Rightarrow F(x, y)) & //wg. Transitivität \end{aligned}$$

## Aufgabe 5: Relationenkalkül

Gegeben sei das aus der ersten Übung bekannte Schema einer Universitätsdatenbank:

Professor	(P_Name, Fachrichtung_Nr, Gebäude, Raum, Tel)
Fachrichtung	(Fachrichtung_Nr, F_Name, Studiendekan)
Gebäude	(Gebäude, Hausmeister)
Student	(Matrikel_Nr, S_Name, Semester, Fachrichtung_Nr)
Prüfung	(Matrikel_Nr, Fach, Prüfer, Note)

Formulieren Sie die folgenden Anfragen als Ausdrücke des Tupel-Relationenkalküls und des Domain-Relationenkalküls:

- a) Wer ist Studiendekan der Fachrichtung 6.2?

TRK:  $\{f.Studiendekan \mid f \in Fachrichtung \wedge f.Fachrichtung\_Nr = ,6.2'\}$   
DRK:  $\{pro \mid \exists nr, name: Fachrichtung(nr, name, pro) \wedge nr = ,6.2'\}$

- b) In welchem Gebäude befinden sich Professoren der Fachrichtung 6.2?

TRK:  $\{p.\text{Gebäude} \mid p \in \text{Professor} \wedge p.\text{Fachrichtung\_Nr} = ,6.2' \}$   
 DRK:  $\{geb \mid \exists name, nr, raum, tel: \text{Professor}(name, nr, raum, tel) \wedge nr = ,6.2' \}$

- c) Welche Studenten haben sich im Fach Datenbanksysteme bei Prof. Weikum prüfen lassen und haben nicht bestanden?

TRK:  $\{p.\text{Matrikel\_Nr} \mid p \in \text{Prüfung} \wedge p.\text{Fach} = ,\text{Datenbanksysteme}' \wedge p.\text{Prüfer} = ,\text{Weikum}' \wedge p.\text{Note} > 4.3 \}$   
 DRK:  $\{nr \mid \exists fa, pr, no: \text{Prüfung}(nr, fa, pr, no) \wedge fa = ,\text{Datenbanksysteme}' \wedge pr = ,\text{Weikum}' \wedge no > 4.3 \}$

- d) An welchen Hausmeister muß sich Prof. Weikum wenden, wenn er seinen Zimmerschlüssel vergessen hat?

TRK:  $\{g.\text{Hausmeister} \mid g \in \text{Gebäude} \wedge \exists p: (p \in \text{Professor} \wedge g.\text{Gebäude} = p.\text{Gebäude} \wedge p.\text{P\_Name} = ,\text{Weikum}' \}$   
 DRK:  $\{hm \mid \exists geb: \text{Gebäude}(hm, geb) \wedge \exists na, fa, ra, tel: \text{Professor}(na, fa, geb, ra, tel) \wedge na = ,\text{Weikum}' \}$

- e) Welche Studenten, die mindestens im sechsten Semester sind, haben in allen bisherigen Prüfungen mindestens die Note 2.0 erreicht?

TRK:  $\{s.\text{S\_Name} \mid s \in \text{Student} \wedge s.\text{Semester} \geq 6 \wedge \forall p: ((p \in \text{Prüfung} \wedge s.\text{Matrikel\_Nr} = p.\text{Matrikel\_Nr}) \rightarrow p.\text{Note} \leq 2.0) \}$   
 oder  
 $\{s.\text{S\_Name} \mid s \in \text{Student} \wedge s.\text{Semester} \geq 6 \wedge \forall p: (\neg(p \in \text{Prüfung} \vee s.\text{Matrikel\_Nr} \neq p.\text{Matrikel\_Nr} \vee p.\text{Note} \leq 2.0) \}$   
 oder  
 $\{s.\text{S\_Name} \mid s \in \text{Student} \wedge s.\text{Semester} \geq 6 \wedge \neg \exists p: (p \in \text{Prüfung} \wedge s.\text{Matrikel\_Nr} = p.\text{Matrikel\_Nr} \wedge p.\text{Note} > 2.0) \}$   
 DRK:  $\{na \mid \exists nr, se, fa: \text{Student}(nr, na, se, fa) \wedge se \geq 6 \wedge \neg(\exists nr2, pfa, pr, no: \text{Prüfung}(nr2, pfa, pr, no) \wedge nr2 = nr \wedge no > 2.0) \}$   
 oder  
 $\{na \mid \exists nr, se, fa: \text{Student}(nr, na, se, fa) \wedge se \geq 6 \wedge \neg(\exists pfa, pr, no: \text{Prüfung}(nr, pfa, pr, no) \wedge no > 2.0) \}$

- f) Student Hugo Meier will den Studentendekan seiner Fachrichtung anrufen, wie lautet seine Telefonnummer?

TRK:  $\{p.\text{Tel} \mid p \in \text{Professor} \wedge \exists f: (f \in \text{Fachrichtung} \wedge \exists s: (s \in \text{Student} \wedge p.\text{Fachrichtung\_Nr} = f.\text{Fachrichtung\_Nr} \wedge p.\text{P\_Name} = f.\text{Studentendekan} \wedge s.\text{Fachrichtung\_Nr} = f.\text{Fachrichtung\_Nr} \wedge s.\text{S\_Name} = ,\text{Hugo Meier}')) \}$   
 DRK:  $\{te \mid \exists fnr, fna, pr: \text{Fachrichtung}(fnr, fna, pr) \wedge \exists na, ge, ra: \text{Professor}(pr, fnr, ge, ra, te) \wedge \exists nr, sna, se: \text{Student}(nr, sna, se, fnr) \wedge sna = ,\text{Hugo Meier}' \}$

## Aufgabe 6: Äquivalenz von RA und TRK

Betrachten Sie erneut die Musikdatenbank.

Geben Sie für die folgenden Relationenalgebra-Anfragen äquivalente Anfragen im sicheren Tupelrelationenkalkül an.

- a)  $\pi [\text{Name}]$   
 $((\sigma[\text{Instrument} \neq \text{'Klavier'}](\text{Interpret}) \times \sigma[\text{Tätigkeit} = \text{'Komponist'}](\text{Autor})) \times \text{Person})$

Die intuitive Bedeutung der Anfrage ist:

Finde alle Komponisten, die bei einer Aufnahme eines ihrer Stücke mitspielen, aber nicht Klavier.

$$\{p.\text{Name} \mid p \in \text{Person} \wedge \exists m (m \in \text{Musikstück} \wedge \exists i (i \in \text{Interpret} \wedge i.\text{Instrument} \neq \text{'Klavier'} \wedge i.\text{PID}=p.\text{PID} \wedge m.\text{DiskID} = i.\text{DiskID} \wedge m.\text{StückID} = i.\text{StückID}) \wedge \exists a (a \in \text{Autor} \wedge a.\text{Tätigkeit} = \text{'Komponist'} \wedge a.\text{PID}=p.\text{PID} \wedge m.\text{DiskID} = a.\text{DiskID} \wedge m.\text{StückID} = a.\text{StückID}))\}$$

b)  $\pi [\text{DiskTitel}]$

$(\text{Disk} \bowtie (\pi [\text{DiskID}](\sigma [\text{Preis} < 20](\text{Disk})) - \pi [\text{DiskID}](\sigma [\text{Länge} < 10](\text{Musikstück})))$

Die intuitive Bedeutung der Anfrage ist:

Finde CDs unter 20 DM, die kein einziges Stück mit einer Spieldauer unter 10 Minuten enthalten.

$$\{d.\text{DiskTitel} \mid d \in \text{Disk} \wedge d.\text{Preis} < 20 \wedge \neg \exists m (m \in \text{Musikstück} \wedge m.\text{Länge} < 10 \wedge m.\text{DiskID} = d.\text{DiskID})\}$$

## Aufgabe 7: Relationenalgebra

Beweisen Sie, dass in der Relationenalgebra die Selektion distributiv über dem natürlichen Join ist, dass also für eine Filterformel F, die sich nur auf Attribute aus  $\text{sch}(R)$  bezieht, gilt:

$$\sigma[F](R \bowtie S) = (\sigma[F](R)) \bowtie S.$$

Zu zeigen ist dabei, dass Schema und Ausprägung auf beiden Seiten der Gleichung identisch sind:

### Schema

- $\text{sch}(\sigma[F](R \bowtie S)) = \text{sch}(R \bowtie S) = \text{sch}(R) \cup \text{sch}(S)$
- $\text{sch}((\sigma[F](R)) \bowtie S) = \text{sch}(\sigma[F](R)) \cup \text{sch}(S) = \text{sch}(R) \cup \text{sch}(S)$

### Ausprägung

$A := \text{sch}(R)$

$B := \text{sch}(S)$

- $\text{val}(\sigma[F](R \bowtie S)) = \{t \mid t \in \text{val}(R \bowtie S) \wedge F(t)\}$   
 $= \{t \mid \exists r \in \text{val}(R) \exists s \in \text{val}(S): t.A=r.A \wedge t.B=s.B \wedge F(t)\}$
- $\text{val}((\sigma[F](R)) \bowtie S) = \{t \mid \exists r \in \text{val}(\sigma[F](R)) \exists s \in \text{val}(S): t.A=r.A \wedge t.B=s.B\}$   
 $= \{t \mid \exists r \in \text{val}(R) \exists s \in \text{val}(S): t.A=r.A \wedge t.B=s.B \wedge F(t)\}$

wobei  $F(t)$  bedeutet, dass  $t$  die Bedingung  $F$  erfüllt, die sich allerdings nur auf Attribute von  $\text{sch}(R)$  bezieht.